

文章编号:1000-8055(2011)04-0801-07

特定工况下内嵌钢球欧拉梁碰撞减振性能研究

王建伟, 徐 晖, 马 宁

(西安交通大学 航天航空学院 强度与振动教育部重点实验室, 西安 710049)

摘 要: 针对内嵌自主移动钢球欧拉梁碰撞系统, 研究了在一复杂工况下内嵌自主移动钢球碰撞阻尼机制对梁残余衰减振动的抑制效果. 采用线性弹簧-阻尼模型模拟钢球与梁之间的碰撞机制, 通过分析建立了整个碰撞系统的分段线性动力学方程, 并运用无量纲化、假设模态法、高阶模态截断等方法导出了系统的状态空间方程. 数值计算结果充分表明在此工况下内嵌自主移动钢球对惯性力作用下梁的残余衰减振动在幅值上具有较好的减振效果, 并且该效果具有显著的阶段性特征. 增加钢球质量, 碰撞阻尼机制也随之增强.

关 键 词: 内嵌自主移动钢球; 线性弹簧-阻尼模型; 碰撞阻尼机制; 分段线性动力学方程;
残余衰减振动

中图分类号: O328

文献标志码: A

Investigation on impact damping characteristic of interior inlaid steel ball for Euler beam under certain operating condition

WANG Jian-wei, XU Hui, MA Ning

(Ministry of Education Key Laboratory for Strength and Vibration,
School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: For an impact system of an Euler beam with interior inlaid freely moving steel ball, under a complicated operating condition, the impact damping characteristic of the steel ball was investigated for residual damped vibrations of the Euler beam acted by inertia forces. A linear spring-damping model was employed to simulate the impact between the steel ball and interior beam walls. Then the linear piecewise dynamic equations for the impact system were established, and the dimensionless state-space equations with finite degrees of freedoms were derived by introducing dimensionless variables, and assuming modes and truncating high order modes. Numerical calculations sufficiently indicate that, under this operating condition, the steel ball has a significant impact damping effect on suppressing the beam residual damped vibrations in amplitudes, and moreover, the impact damping exhibits a strong stage character. The impact damping of the ball is enhanced with increase of its mass.

Key words: interior inlaid freely moving steel ball; linear spring-damping model;
impact damping characteristic; linear piecewise dynamic equations;
residual damped vibrations

收稿日期: 2010-04-17; 修订日期: 2010-07-06

基金项目: 国家自然科学基金(10372076)

作者简介: 王建伟(1975—), 男, 河南郑州人, 博士生, 主要从事专业研究方向为流固耦合模型计算、减振策略分析与非线性动力学。

工程领域上在大多数的情况下都需对结构或部件的有害振动进行有效的抑制,如航天器飞行舱、仪器舱的减振、隔振;高层建筑、桥梁等抗震性能的加强;机床加工精度、稳定性的提高等等,为此人们发展出了多种振动控制策略与方法.就减振系统有无外界独立能源供给来说,一般可将振动控制分为主动控制、被动控制、主被动一体化控制三种^[1-2].其中被动振动控制因其结构简单、造价低、维护方便、稳定性高、高频有害振动抑制效果好等诸多优点,得以在工程领域广泛应用,比较常见的被动控制器有质量调谐阻尼器、流体调谐阻尼器、黏弹性阻尼器、冲击阻尼器等^[3-5].

课题组基于仿生学、流体、固体动力学理论对传统被动振动控制的阻尼机制进行了全新的设计,提出了一种新的被动控制理论——内嵌自主移动质量自适应减振理论,并将其应用于某些工况下梁、板的有害振动抑制上,实验表明具有显著的减振效果.结合实验,成建联等^[6]研究了突停工况下内嵌自主移动钢球悬臂梁碰撞系统的减振性能,将钢球假定为内嵌于梁内部的碰撞阻尼器,并基于此对阻尼器相关参数如碰撞间隙、弹性恢复系数、内嵌体初始速度与位移等作了优化分析;张兄文、王建伟等^[7-8]则采用软件模拟的方法分别研究水平与垂直共振激励下内嵌黏性流体柔性梁、板流固耦合自适应减振系统的动力学特性.

结合已有的研究成果,本文在此对新减振理论的应用工况作了一个理论上的拓展.针对内嵌自主移动钢球实验用梁,研究了它在加速起动至平稳运行这一复杂工况下,钢球的碰撞机制对梁残余衰减振动进行阻尼减振的内在机理.

1 理论模型

为验证新理论的可行性与有效性,课题组针对具体的实验对象、工况进行精确的实验研究,所用阻尼介质包括水、硅油(200#, 500#)、钢球、以及它们的联合减振.图1为实验用梁,内部开有封闭空腔.图2为以钢球作为阻尼介质时的情形.已有的实验研究结果充分表明了新减振理论的可行性和优越性.其中最具代表性的为共振激励下内嵌黏性流体悬臂梁自适应减振实验^[7],流体在梁的诱导下,自主地聚集于振动强度最大的位置,优化减振效果.内嵌流体的这种自主运动能力,称之为自适应特性,它在传统的被动振动控制中极为少见.而本文在此研究在一虚拟复杂旋转工况下

内嵌钢球碰撞机制对该梁衰减振动响应的抑制效果.图3为系统的理论模型,这里假定梁的旋转平面为水平面,图4为主轴的旋转角速度示意图.整个系统的主要特征参数如表1所示.

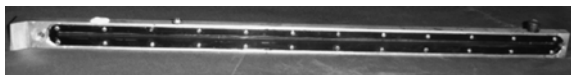


图1 实验用具有封闭空腔欧拉梁
Fig. 1 Euler beam with an enclosed cavity in experiments

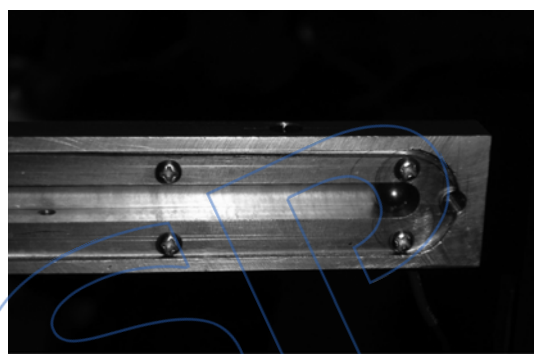


图2 内嵌自主移动钢球欧拉梁
Fig. 2 Euler beam with an inlaid freely moving steel ball

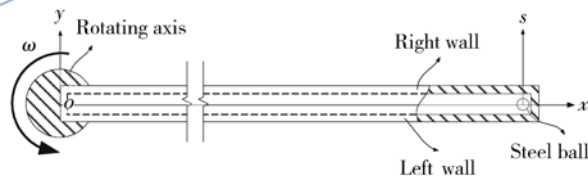


图3 碰撞系统理论分析模型

Fig. 3 Theoretical model of the impact system

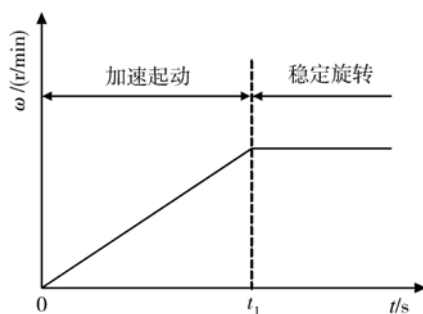


图4 梁旋转角速度示意图

Fig. 4 Schematic diagram for the beam angular velocity

表1 内嵌自主移动钢球欧拉梁碰撞减振系统

主要特征参数

Table 1 Main characteristic parameters of the Euler beam with an interior inlaid freely moving steel ball

特征参数		数值
外观尺寸/m		0.6×0.012×0.03
弹性模量/10 ¹⁰ (N/m ²)		7
欧拉梁	横截面积/10 ⁻⁴ m ²	2.96
	质量/kg	0.5
	空腔尺寸/m	0.55×0.008×0.008
	泊松比	0.34
截面惯性矩/10 ⁻⁹ m ⁴		2.13
密度/10 ³ (kg/m ³)		2.7
钢球	质量/10 ⁻⁴ kg	9
	直径/10 ⁻³ m	6
	弹性模量/10 ¹¹ (N/m ²)	2
	泊松比	0.25
	密度/10 ³ (kg/m ³)	7.8

2 碰撞机制的模拟

显然钢球与梁封闭腔壁面间碰撞机制的模拟是模型分析的关键点之一. 一般来说可将碰撞分为有限自由度质量块间的碰撞和涉及无限自由度连续体的碰撞两种. 对于前者, 工程上多是忽略碰撞过程中系统外力的作用, 采用动量定理计算质量块碰撞前后速度的突变, 碰撞过程中能量的损失则由材料恢复系数来表征^[9]. 显然这种方法不适用于涉及无限自由度连续体的碰撞. 精确地分析涉及连续体的碰撞须运用现代接触动力学理论(也适用于质量块间的碰撞), 然而碰撞本身高度的非线性行为特征决定了分析过程的复杂性^[10-12], 实际工程计算中多采用弹簧-阻尼模型来实现对碰撞行为的模拟(图5), 此时碰撞机制最终可归结为对两个参数的确定: 等效接触刚度 k_i 与等效阻尼 c_i ^[13].

参数确定的方法有两种: 实验测定或由赫兹接触理论加以估算^[13], 这里采用后者. 对于经典的两球体接触模型, 设 P_n 为所加载的法向静态荷载, 两球体的压缩总量为 Δ , 球体半径为 R_i , 泊松比为 μ_i , 弹性模量为 E_i , 材料系数为 $k_i = (1 - \mu_i^2) / (\pi E_i)$, 依据赫兹接触理论则有(本文计算中梁封

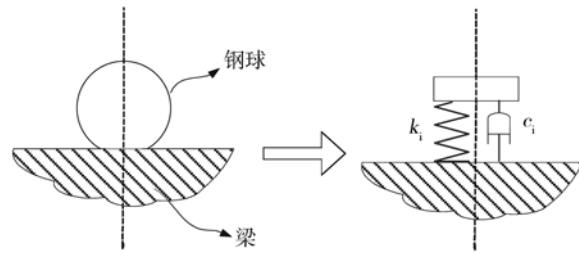


图5 弹簧-阻尼碰撞模型

Fig. 5 Spring-damping model for impacts

闭腔内壁面接触“半径”取为 ∞)

$$\Delta = \left[\frac{9\pi^2 P_n^2 (k_1 + k_2)^2 (R_1 + R_2)}{16 R_1 R_2} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

式(1)中表现出的 P_n 与 Δ 之间显然是一种非线性关系, 由于本文采用的是线性弹簧-阻尼模型来模拟碰撞行为, 故须对其做线性化处理, 这就需要对 Δ 的量级提前作估算, 通常可借助于实验测量或经验公式计算. 根据后者则有 $\Delta \leq 1\% R$, $R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ 为接触体当量半径^[13] (ANSYS 估算结果与公式估算结果量级相当).

由式(1)得

$$P_n = \left[\sqrt{\Delta} \times \frac{4\sqrt{R_1 R_2}}{3\pi(k_1 + k_2)\sqrt{R_1 + R_2}} \right] \Delta = k_i \Delta \quad (2)$$

$$k_i = \sqrt{\Delta} \times \frac{4\sqrt{R_1 R_2}}{3\pi(k_1 + k_2)\sqrt{R_1 + R_2}} \quad (3)$$

对于等效阻尼 c_i , 依据能量协调原理, 基于碰撞后系统总能量的减小等于碰撞过程中等效阻尼做功可导出^[13]

$$c_i = \frac{-2 \ln e \sqrt{k_i m}}{\sqrt{\ln^2 e + \pi^2}} \quad (4)$$

其中 $m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ 为碰撞体等效质量, e 为材料恢复系数, 具体数值可由材料手册查得.

3 分段线性动力学方程

设在加速起动阶段($0 \leq t \leq t_1$), 主轴的旋转角加速度为 ϵ , 则无钢球或无碰撞时旋转坐标系下梁的振动方程为(图6)

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + c \frac{\partial w}{\partial t} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -\rho A x \epsilon \quad (5)$$

其中 E 为弹性模量, I 为截面惯性矩, c 为阻尼, ρ 为密度, A 为横截面积. 设钢球的位移为 s , 质量为 m_b , 梁的长度为 L , 则无碰撞时钢球的运动方程为

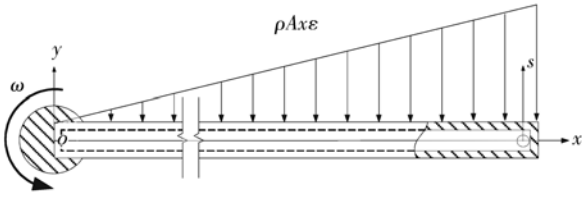


图6 惯性力示意图

Fig. 6 Schematic diagram inertia forces

$$m_b \frac{d^2 s}{dt^2} = -m_b L \varepsilon \quad (6)$$

设梁内封闭腔 y 向尺寸为 h_c ，则梁振动时空腔左、右壁面的运动方程分别为

$$s_r = w(x, t) + h_c/2 \quad (7)$$

$$s_l = w(x, t) - h_c/2 \quad (8)$$

当钢球与梁发生碰撞时，设 x_i 表示碰撞发生的位置。由于旋转作用会很快将钢球甩至梁的自由端，为了便于计算略去此过程，而直接将钢球置于梁的自由端，则有 $x_i = L$ 。碰撞开始或结束的一刹那，钢球球心与梁内腔壁面间的距离应为钢球的半径 r_b ，于是以右壁面碰撞为例，碰撞开始与结束的判定条件为

$$s_r(x_i, t) - s(t) = r_b \quad (9)$$

当系统发生碰撞时，采用线性弹簧-阻尼模型模拟碰撞机制，以钢球与右壁面发生碰撞为例（钢球与左壁面碰撞的情形与此类似）对整个系统进行力学分析，进而建立梁与钢球的动力学方程如下：

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + c \frac{\partial w}{\partial t} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \left\{ c_i \left[\frac{ds}{dt} - \frac{ds_r(x_i, t)}{dt} \right] + k_i [r_b - (s_r(x_i, t) - s(t))] \right\} \delta(x - x_i) - \rho A x \varepsilon \quad (10)$$

$$m_b \frac{d^2 s}{dt^2} + c_i \left[\frac{ds}{dt} - \frac{ds_r(x_i, t)}{dt} \right] + k_i [r_b - (s_r(x_i, t) - s(t))] = -m_b L \varepsilon \quad (11)$$

式(5)和(6)，(10)和(11)即为旋转起动阶段系统的分段线性动力学方程，旋转坐标系下系统的初始条件为

$$\begin{cases} w(x, t)|_{t=0} = 0 \\ \frac{\partial w(x, t)}{\partial t}|_{t=0} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} s|_{t=0} = 0 \\ \frac{ds}{dt}|_{t=0} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

对于平稳旋转阶段，去掉以上对应式子中的惯性力项，即可得该阶段的分段线性动力学方程，初始条件为系统 t_1 时刻的状态。

为便于对上述方程进行分析，引入如下无量纲量：

$$W = \frac{w}{L}, \quad S = \frac{s}{L}, \quad T = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}},$$

$$C = \frac{cL^2}{\sqrt{EI\rho A}}, \quad C_i = \frac{c_i L}{\sqrt{EI\rho A}},$$

$$M = \frac{m_b}{L\rho A}, \quad \bar{\omega} = L^2 \omega \sqrt{\frac{\rho A}{EI}},$$

$$H_c = \frac{h_c}{L}, \quad R_b = \frac{r_b}{L}, \quad \Theta = \frac{L^4 \rho A}{EI} \varepsilon \quad (13)$$

将上述无量纲量分别代入式(5)，(6)，(10)~(12)得

$$\frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + C \frac{\partial W}{\partial T} + \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} = -X\Theta \quad (14)$$

$$M \frac{d^2 S}{dT^2} = -M\Theta \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + C \frac{\partial W}{\partial T} + \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} = \\ & \left\{ C_i \left[\frac{dS}{dT} - \frac{dS_r(X_i, T)}{dT} \right] + \right. \\ & \left. K_i [R_b - (S_r(X_i, T) - S(T))] \right\} \cdot \\ & \delta(X - X_i) - X\Theta \end{aligned} \quad (16)$$

$$M \frac{d^2 S}{dT^2} + C_i \left[\frac{dS}{dT} - \frac{dS_r(X_i, T)}{dT} \right] + K_i [R_b - (S_r(X_i, T) - S(T))] = -M\Theta \quad (17)$$

$$\begin{cases} W(X, T)|_{T=0} = 0 \\ \frac{\partial W(X, T)}{\partial T}|_{T=0} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} S|_{T=0} = 0 \\ \frac{dS}{dT}|_{T=0} = 0 \end{cases} \quad (18)$$

现采用假设模态法对上述无量纲方程进行进一步处理。依照伽辽金法，假设实验模态函数应满足欧拉梁固定端约束条件，并具备完备性，这里选取悬臂梁经典模态解的无量纲形式作为实验模态函数如下：

$$\begin{cases} \phi_i(X) = \cos(\kappa_i X) - \cosh(\kappa_i X) + \\ r_i [\sin(\kappa_i X) - \sinh(\kappa_i X)] \\ r_i = \frac{\sin \kappa_i - \sinh \kappa_i}{\cos \kappa_i + \cosh \kappa_i} \\ \kappa_1 = 1.875, \quad \kappa_2 = 4.694, \quad \kappa_i = (i - 0.5)\pi, \\ (i \geq 3) \end{cases} \quad (19)$$

设 $\eta_i(T)$ 为 i 阶主振型 $\phi_i(X)$ 下的模态坐标，则梁的振动位移 W 可表示为

$$W(X, T) = \sum_{i=1}^{\infty} \eta_i(T) \phi_i(X) \quad (20)$$

作为近似计算，截去式(20)中二阶以上的高阶模态，将其代入式(14)和(16)，方程两端同时乘

以 $\phi_j(X)$ 后在梁的无量纲长度区间 $[0 \sim 1]$ 上积分,利用模态正交性得

$$\begin{cases} \frac{d^2 \eta_l}{dT^2} + a_1 \frac{d\eta_l}{dT} + a_2 \eta_l = a_4 \Theta \\ \frac{d^2 \eta_p}{dT^2} + b_1 \frac{d\eta_p}{dT} + b_2 \eta_p = b_4 \Theta \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 \eta_l}{dT^2} + a_1 \frac{d\eta_l}{dT} + a_2 \eta_l = \\ a_3 \left\{ C_i \left[\frac{dS}{dT} - \frac{dS_r(X_i, T)}{dT} \right] + \right. \\ \left. K_i [R_b - (S_r(X_i, T) - S(T))] \right\} + a_4 \Theta \\ \frac{d^2 \eta_p}{dT^2} + b_1 \frac{d\eta_p}{dT} + b_2 \eta_p = \\ b_3 \left\{ C_i \left[\frac{dS}{dT} - \frac{dS_r(X_i, T)}{dT} \right] + \right. \\ \left. K_i [R_b - (S_r(X_i, T) - S(T))] \right\} + b_4 \Theta \end{cases} \quad (22)$$

式(21)和(22)中各系数由相应的计算式确定,囿于篇幅,不再列出. 令 $q_1 = \eta_l, q_2 = \dot{\eta}_l, q_3 = \eta_p, q_4 = \dot{\eta}_p, q_5 = S$ 和 $q_6 = \dot{S}$, 代入式(15), (17), (21), (22)即可得加速起动阶段系统分段线性状态空间方程. 类似的也可得到平稳旋转阶段系统的分段线性状态空间方程.

4 钢球碰撞减振性能分析

这里采用四阶 Runge-Kutta 法求解碰撞系统状态空间方程. 假定加速起动的时间为 0.25 s , 相应的角加速度 ϵ 为 200 rad/s^2 , 图 7 为计算程序的流程图, 计算结果如图 8~图 10 所示.

由结果可知:加速起动阶段梁在惯性力作用下偏离水平位置作衰减振动, 稳定旋转阶段惯性力消失, 梁恢复至水平作衰减振动. 对比图 8、图 9

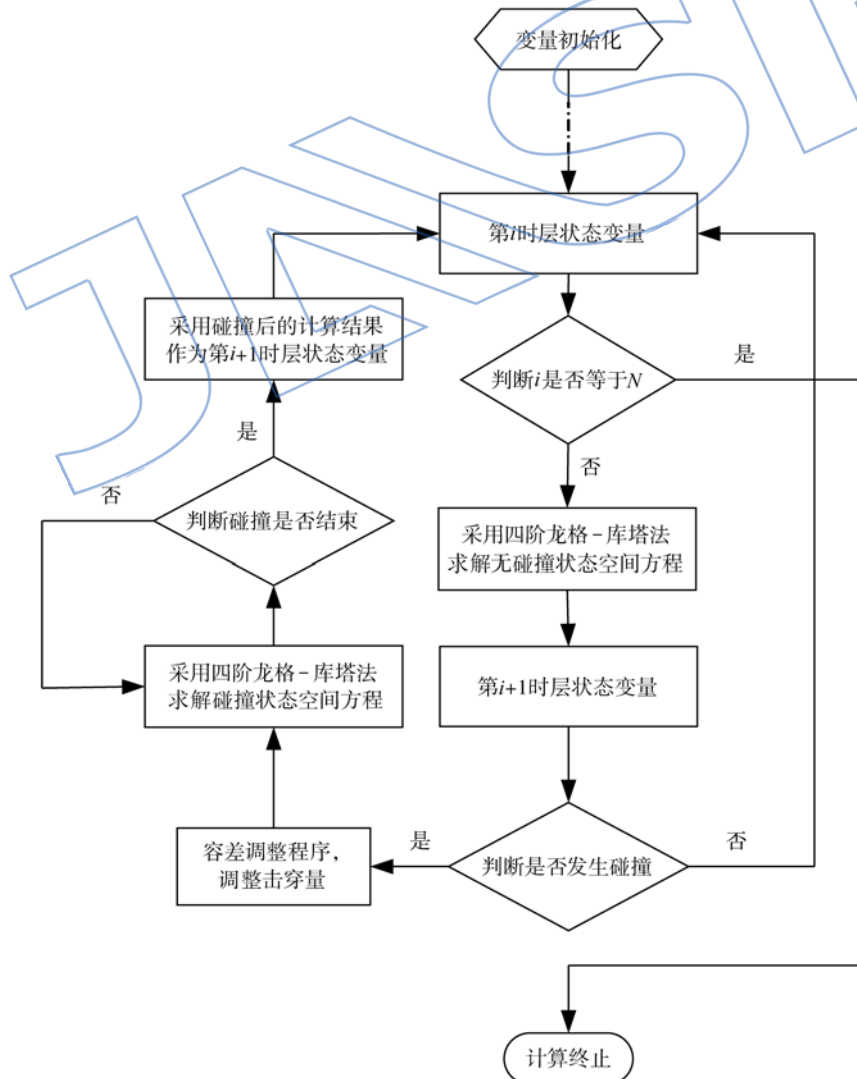
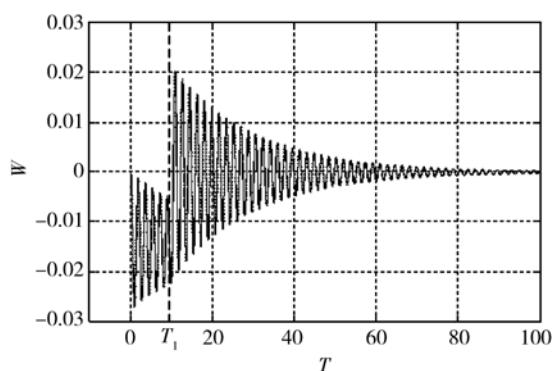
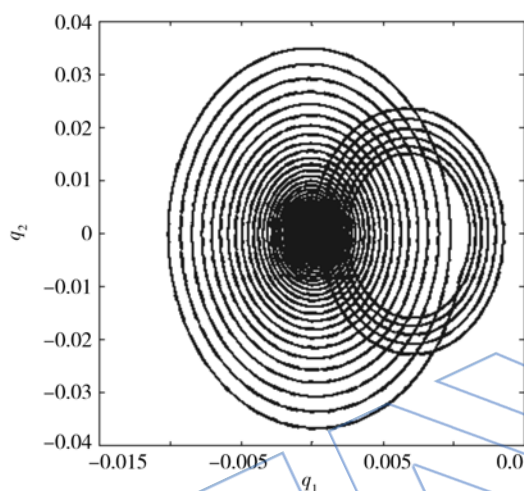


图7 数值计算程序框架

Fig. 7 Flowchart for numerical calculations



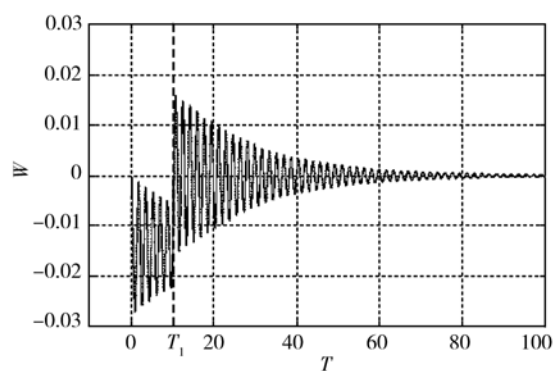
(a) 衰减振动位移



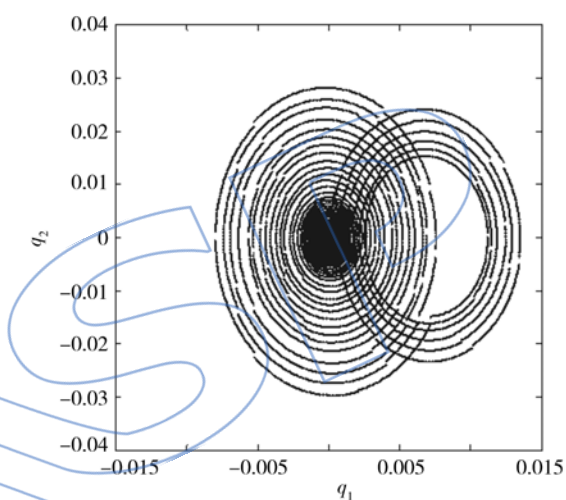
(b) 相图

图8 无钢球时梁自由端衰减振动位移及相图

Fig. 8 Damped vibration and phase diagram at the beam free end without a steel ball



(a) 衰减振动位移



(b) 相图

图9 内嵌钢球时梁自由端衰减振动位移及相图

Fig. 9 Damped vibration and phase diagram at the beam free end with an inlaid steel ball

可知内嵌钢球的碰撞作用对惯性力作用下梁的残余衰减振动在幅值上具有较好的阻尼减振效果,且具有明显的阶段性特征.在加速起动阶段,钢球碰撞阻尼机制表现得并不明显,而在平稳旋转阶段,则表现得较为显著.图9(b)中相轨线上的断点表示钢球碰撞导致的梁速度的突变.显然在由加速起动向稳定旋转转变的阶段,钢球会通过碰撞而获得较大的动量,这必然会增强此时两者之间碰撞的强度,从而导致碰撞机制对稳定旋转阶段的衰减振动具有明显的抑制效果.

图10为钢球质量加倍时梁的衰减振动响应,将其与图9(a)对比后可知,钢球质量增加碰撞阻尼效果也随之增强.

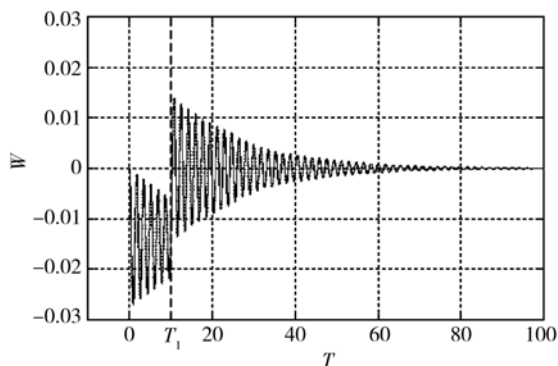


图10 内嵌两倍质量钢球时梁自由端衰减振动位移

Fig. 10 Damped vibration at the beam free end with an inlaid double mass steel ball

5 结 论

本文研究了在一复杂工况下内嵌自主移动钢球碰撞阻尼机制对欧拉梁残余衰减振动的减振机理,主要成果有:

1) 通过对碰撞系统理论模型的动力学分析,建立了整个系统的分段线性动力学方程、碰撞开始与结束的判定条件、系统的初始条件,进而通过参数无量纲化、假设模态法、高阶模态截断等方法导出了碰撞系统无量纲有限自由度状态空间方程;

2) 基于四阶 Runge-Kutta 法编制程序求解系统的状态空间方程,结果表明在此工况下内嵌钢球的碰撞机制对惯性力作用下梁的残余衰减振动在幅值上具有较好的抑制效果,并表现出很强的阶段性特征,即在加速启动阶段碰撞阻尼减振效果表现得不明显,而在平稳旋转阶段则较为显著;

3) 增加钢球的质量有助于提高钢球的碰撞减振效果。

参考文献:

- [1] 黄文虎,王心清,张景绘,等. 航天柔性结构振动控制的若干新进展[J]. 力学进展,1997,27(1):5-18.
HUANG Wenhui, WANG Xinqing, ZHANG Jinghui, et al. Some advances in the vibration control of aerospace flexible structures[J]. Advances in Mechanics, 1997, 27(1): 5-18. (in Chinese)
- [2] 梅纲,沈亚鹏,王健. 建筑结构振动控制的发展动态[J]. 力学进展,1998,28(4):442-453.
MEI Gang, SHEN Yapeng, WANG Jian. A review on vibration control of civil structure[J]. Advances in Mechanics, 1998, 28(4): 442-453. (in Chinese)
- [3] Casciati F, De Stefano A. Simulating a conical tuned liquid damper[J]. Simulation Modeling Practice and Theory, 2003, 11(5): 353-370.
- [4] Cheng C C, Wang J Y. Free vibration analysis of a resilient impact damper[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2003, 45(4): 589-604.
- [5] LI Chunxiang, ZHOU Dai. Evaluation of multiple active lever-type tuned mass dampers for structures under ground acceleration[J]. Engineering Structures, 2004, 26(3): 303-317.
- [6] CHENG Jianlian, XU Hui. Inner mass impact damper for attenuating structure vibration[J]. International Journal of Solids and Structures, 2006, 43(17): 5355-5369.
- [7] ZHANG Xiongwen, LI Jun, XU Hui, et al. Numerical study of self-adaptive vibration suppression for flexible structure using interior inlay viscous fluid unit method[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 297(34): 627-634.
- [8] 王建伟,徐晖,季聪,等. 内嵌流体柔性板的流体自适应减振机理数值分析[J]. 西安交通大学学报, 2008, 42(5): 613-616.
WANG Jianwei, XU Hui, JI Cong, et al. Numerical analysis of self-adaptive vibration suppression for flexible plate with imbedded fluid subsystem[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2008, 42(5): 613-616. (in Chinese)
- [9] 罗冠伟,徐岩,谢建华. 冲击消振器的概周期碰撞运动分析[J]. 爆炸与冲击, 2003, 23(4): 360-367.
LUO Guanwei, XU Yan, XIE Jianhua. Analysis of quasi-periodic impact motions of an impact damper[J]. Explosion and Shock Waves, 2003, 23(4): 360-367. (in Chinese)
- [10] Lee Y, Hamilton J F, Sullivan J W. The lumped parameter method for elastic impact problems[J]. Journal of Applied Mechanics, 1983, 50(4a): 823-827.
- [11] Shankar B V, Sun C T. An efficient numerical algorithm for transverse impact problems[J]. Computers and Structures, 1985, 20(6): 1009-1021.
- [12] 诸德超,邢誉峰. 点弹性碰撞问题之解析解[J]. 力学学报, 1996, 28(1): 99-103.
ZHU Dechao, XING Yufeng. Analytical solution of point elastic impact between structures[J]. Acta Mechanica Sinica, 1996, 28(1): 99-103. (in Chinese)
- [13] Misra A, Cheung J. Particle motion and energy distribution in tumbling ball mills[J]. Powder Technology, 1999, 105(1-3): 222-227.